UNIDAD 14

CONJUNTOS

Objetivo 1. Recordarás la definición de un conjunto y sus elementos.

Ejercicios resueltos:

1. {2, 4, 6} es un conjunto. Los elementos que forman este conjunto son: 2, 4, 6

2. ¿Cuántos elementos hay en el conjunto {manzana, pastel, durazno}? 3 elementos

3. A= {1, 2, 3} B = {2, 3, 4}

   ¿4 es un elemento de A? No

   ¿4 es un elemento de B? Si

4. Si $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, entonces $7 \notin U$,

   ¿Se podría extraer A= {1, 2, 3, 7} de este universo? *No*

   ¿Se podría extraer B = {2, 5 ,6}? *Si*

5. A= {5, 6, 7} B = {6, 7, 8}

   ¿$8 \in$ A? No

   ¿$8 \in$ B? Si

6. Del ejemplo anterior como 8 no es un miembro de A podemos escribir:

   $8 \notin A$

7. $A = \{1,2,3\}$, $B = \{1,5,2,7\}$

¿Se cumple $x \in A \rightarrow x \in B$? SI

¿Se cumple $x \in B \rightarrow x \in A$? NO

¿Son iguales los dos conjuntos? NO

8. $C = \{6,4\}$

Escribe un conjunto D tal que D=C

$D = \{4,6\}$

9. Si U = {1, 2, 3, 4, 5} , B = {1, 2} y C = {3,4}, entonces el conjunto formado por todos los elementos comunes a B y C se le llama conjunto vació.

10. Si P = {x| es un rio de la Tierra}, P también es finito aunque sea difícil contar los ríos del Mundo.

11. El conjunto de números que son múltiplos de 5 es un conjunto infinito porque no nunca se llega a un fin , observa: $A = \{5,10,15,20,......\}$

Objetivo 2. Entenderás un conjunto de forma extensiva y comprensiva.

Ejercicios resueltos:

1. Enunciar con palabras los siguientes incisos con el método de extensión

   a) $A = \{x \mid x^2 = 4\}$

      Se lee "A es el conjunto de los x tales que x al cuadrado es igual a cuatro". Los únicos números que elevados al cuadrado dan cuatro son 2 y -2, así que $A = \{2, -2\}$.

   b) $B = \{x \mid x - 2 = 5\}$

      Se lee "B es el conjunto de los x tales que x menos 2 es igual a 5". La única solución es 7, de modo que $B = \{7\}$.

   c) $C = \{x \mid x \text{ es positivo}, x \text{ es negativo}\}$

      Se lee "C es le conjunto de los x tales que x es positivo y x es negativo". No hay ninguno número que sea positivo y negativo, así que C es vacío, es decir, $C = \varnothing$.

   d) $D = \{x \mid x \text{ es una lera de la palabra "correcto"}\}$

      Se lee "D es el conjunto de los x tales que x es una letra de la palabra *correcto*". Las letras indicadas son c, o, r, e y t; así pues, $D = \{c, o, r, e, t\}$.

2. Escribir estos conjuntos con el método de compresión

   a) A que consiste de las letras a, b, c, d y e. Pueden existir muchas soluciones primer resultado:

      $A = \{x \mid x \text{ esta antes de } f \text{ en el alfabeto}\}$ y como segundo resultado se tiene el siguiente:

      $A = \{x \mid x \text{ es unas de las primeras cinco letras del alfabeto}\}$

   b) $B = \{2, 4, 6, 8, ...\}$

      $B = \{x \mid x \text{ es positivo y par}\}$

   c) El conjunto C de todos los países de Estados Unidos.

      $C = \{x \mid x \text{ es un pais}, x \text{ esta en los EstadosUnidos}\}$

   d) El conjunto $D = \{3\}$

$$D = \{x \mid x - 2 = 1\} = \{x \mid 2x = 6\}$$

Objetivo 3. Recordaras la definición de subconjunto y la igualdad entre ellos.

Ejercicios resueltos:

1. Considere los siguientes conjuntos:

$\varnothing$, $A = \{1\}$, $B = \{1,3\}$, $C = \{1,5,9\}$, $D = \{1,2,3,4,5\}$, $E = \{1,3,5,7,9\}$, $U = \{1,2,......,8,9\}$

Inserte el símbolo correcto $\subset$ o $\not\subset$ entre cada pareja de conjuntos:

$$(a)\ \varnothing \subset A \quad (b)\ A \subset B \quad (c)\ B \not\subset C \quad (d)\ B \subset E$$
$$(e)\ C \not\subset D \quad (f)\ C \subset E \quad (g)\ D \not\subset E \quad (h)\ D \subset U$$

a) $\varnothing \subset A$ ya que $\varnothing$ es un subconjunto de todo conjunto.
b) $A \subset B$ ya que 1 es el único elemento de A y pertenece a B.
c) $B \not\subset C$ ya que $3 \subset B$ pero $3 \notin C$.
d) $B \subset E$ ya que los elementos de B también pertenecen a E.
e) $C \not\subset D$ ya que $9 \in C$ pero $9 \notin D$.
f) $C \subset E$ ya que los elementos de C también pertenecen a E
g) $D \not\subset E$ ya que $2 \in D$ pero $2 \notin E$.
h) $D \subset U$ por que los elementos de D también pertenecen a U.

2. Considérese los conjuntos:

$$A = \{1,3,4,5,8,9\},\ B = \{1,2,3,5,7\}\ \text{y}\ C = \{1,5\}$$

Verificar si:

a) $C \subset A$ y $C \subset B$

Si se cumple ya que 1y 5 son elementos de A, B y C.

b) $B \not\subset A$

Si se cumple ya que 2 y 7, no pertenecen a A

Se puede observar que $C \subset A$

3. Usando los conjuntos dados, contesta si o no a las siguientes preguntas:

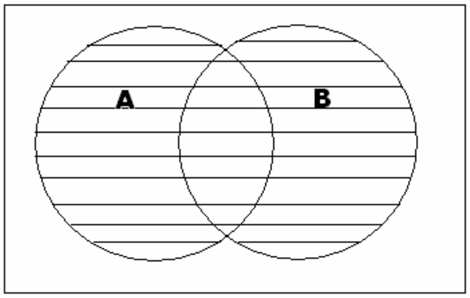
$A = \{1,4,2,6,8,10\}$, $B = \{1,4,6,10\}$,
$C = \{6,4,1,10\}$, $D = \{6,4,1\}$
$U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

¿Es $A = D$? *NO*
¿Es $D \subseteq A$? *SI*
¿Es $B = C$? *SI*
¿Es $B \subseteq A$? SI
¿Es $A \subseteq B$? NO
¿Es $A \neq B$? *SI*
¿Es $B \not\subset D$? NO
¿Es $\varnothing \subseteq D$? SI
¿Es $\varnothing = B$? NO
¿Es $\varnothing \subseteq B$? SI
¿Es $B \subseteq U$? SI
¿Es $A = U$? NO

Objetivo 5. Recordarás las operaciones de unión e intersección de conjuntos y sus propiedades.

Ejemplos resueltos:

1. En el diagrama de Venn de la figura $A \cup B$ aparece rayado, o sea el área de A y el área de B.



2. Sean $S = \{a, b, c, d\}$ y $T = \{f, b, d, g\}$. Entonces

$$S \cup T = \{a, b, c, d, f, g\}$$

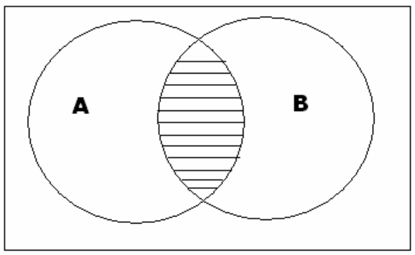
3. Sea p el conjunto de los números reales positivos y Q el conjunto de los números reales negativos $P \cup Q$, unión de P y Q consiste en todos los números reales exceptuando el cero.

   La unión A y B se puede definir también concisamente así:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \ \text{ o } \ x \in B\}$$

Ejemplos resueltos

1. En el diagrama de Venn se ha rayado $A \cap B$**,** el área común a ambos conjuntos A y B.



2. Sea $S = \{a, b, c, d\}$ y $T = \{f, b, d, g\}$. Entonces:

$$S \cap T = \{b, d\}$$

3. Sean $V = \{2, 4, 6, ...\}$, es decir los múltiplos de 2: y sea $W = \{3, 6, 9, ...\}$ o sean los múltiplos de 3. Entonces:

$$V \cap W = \{6,12,18,...\}$$

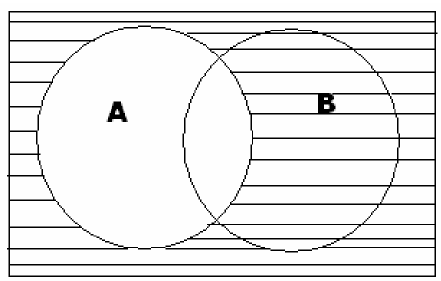
La intersección de A y B también se pueden definir concisamente así;

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \ \ y \ \ x \in B\}$$

Objetivo 6. Recordarás las operaciones diferencia y complemento de conjuntos y sus propiedades.

Ejemplos resueltos:

1. En el diagrama de Venn se ha rayado el complemento de A, o sea el área exterior de A. se supone que el conjunto universal U es el área del rectángulo.

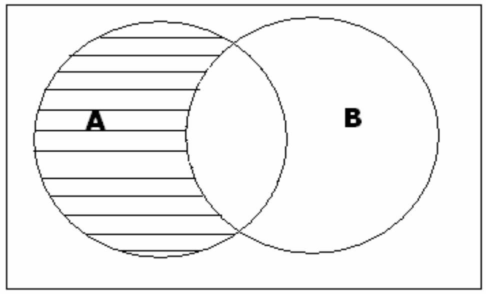


2. Suponiendo que el conjunto universal U sea el alfabeto, dado $T = \{a, b, c\}$, entonces:

   El complemento de $T' = \{d, e, f, g, h, ...\}$

Ejemplos resueltos:

1. En el diagrama de Venn se ha rayado A-B, el área de A que nos es parte de B.



2. Sean $S=\{a,b,c,d\}$ y $T=\{f,b,d,g\}$. Se tiene:

$$S-T=\{a,c\}$$

3. Sea R el conjunto de los números reales y Q el conjunto de los números racionales. Entonces R-Q es el conjunto de los números irracionales.

La diferencia de A y B se puede también definir concisamente como:

$$A-B=\{x \mid x \in A \text{ y } x \notin B\}$$

Objetivo 7. Recordarás la operación producto cruz, cardinalidad y potencia de conjuntos y sus propiedades.

Ejemplos resueltos:

1. Determine el conjunto potencia P(S) de $S=\{a,b,c,d\}$ los elementos de P(S) son subconjuntos S. Así que:

$P(S)=$

$$\left[S,\{a,b,c\},\{a,b,d\},\{a,c,d\},\{b,c,d\},\{a,b\},\{a,c\},\{a,d\},\{b,c\},\{b,d\},\{c,d\},\{a\},\{b\},\{c\},\{d\},\varnothing\right]$$

Observa que P(S) tiene $2^4=16$ elementos.

2. Hallar el conjunto potencia 2^s del conjunto $S=\{3,\{1,4\}\}$

Observar primero que S contiene dos elementos, 3 y el conjunto $\{1,4\}$. Por tanto, 2^{s} contiene $2^{2}=4$ elementos los cuales son:

$2^{s}=\{S,\{3\},\{\{4\}\},\varnothing\}$

Ejemplos resueltos:

1. Sean $\mathrm{W}=\{\text{Juan}, \text{Josue}, \text{Ernesto}\}$ y $\mathrm{V}=\{\text{Maria}, \text{Carmen}\}$. Hallar W x V.

   W x V consiste en todos los pares ordenados (a, b) en los que $a \in W$ y $b \in V$.

   Por tanto:

$$\mathrm{W \times V}=\{(\text{Juan}, \text{Maria}),(\text{Juan}, \text{Carmen}),(\text{Josue}, \text{Maria}),(\text{Josue}, \text{Carmen}),(\text{Ernesto}, \text{Maria}),(\text{Ernesto}, \text{Carmen})\}$$

2. Sean $\mathrm{A}=\{\mathrm{a}, \mathrm{b}\}$, $\mathrm{B}=\{2,3\}$, $\mathrm{C}=\{3,4\}$ Hallar:

   (a) A x (B ∪ C)
   (b) (A x B) ∪ (A x C)
   (c) A x (B ∩ C)
   (d) (A x B) ∩ (A x C)

   (a) A x (B ∪ C)

   Se averigua primero $\mathrm{B} \cup \mathrm{C}=\{2,3,4\}$. Entonces:

   $\mathrm{A \times (B \cup C)}=\{(\mathrm{a}, 2),(\mathrm{a}, 3),(\mathrm{a}, 4),(\mathrm{b}, 2),(\mathrm{b}, 3),(\mathrm{b}, 4)\}$

   (b) (A x B) ∪ (A x C)

   Calcular primero $\mathrm{A \times B}$ y $\mathrm{A \times C}$:

   $\mathrm{A \times B}=\{(\mathrm{a}, 2),(\mathrm{a}, 3),(\mathrm{b}, 2),(\mathrm{b}, 3)\}$
   $\mathrm{A \times C}=\{(\mathrm{a}, 3),(\mathrm{a}, 4),(\mathrm{b}, 3),(\mathrm{b}, 4)\}$

   Ahora la unión de los conjuntos:

   $\mathrm{(A \times B) \cup (A \times C)}=\{(\mathrm{a}, 2),(\mathrm{a}, 3),(\mathrm{b}, 2),(\mathrm{b}, 3),(\mathrm{a}, 4),(\mathrm{b}, 4)\}$

   Los ejercicios (a) y (b) muestran que:

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

(c) $A \times (B \cap C)$

Calcular primero $B \cap C = \{3\}$ .Entonces:

$$A \times (B \cap C) = \{(a,3),(b,3)\}$$

(d) $(A \times B) \cap (A \times C)$

En (b) se calcularon A x B y A x C. La intersección de A x B y A x C es el conjunto de los pares ordenados que pertenecen a ambos conjuntos, es decir,

$$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(a,3),(b,3)\}$$

Por lo que (c) y (d) muestran que:

$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$