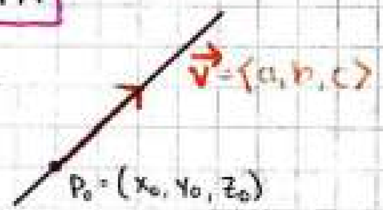
CURVAS EN EL PLANO

5 abril 2018

RECTA



Vector Posición.

$$r(t) = \langle \underbrace{x_0 + at}_{x(t)}, \underbrace{y_0 + bt}_{y(t)}, \underbrace{z_0 + ct}_{z(t)} \rangle$$

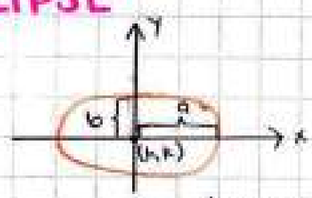
CÓNICAS

Caso particular de la elipse

CIRCUNFERENCIA

$$x^2 + y^2 = r^2$$

ELIPSE

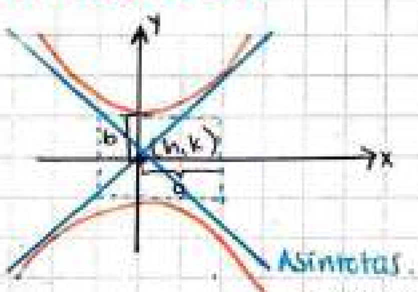


$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

(h, k) = origen.

- Horizontal
- Vertical
- Otra dirección.

HIPÉRBOLA

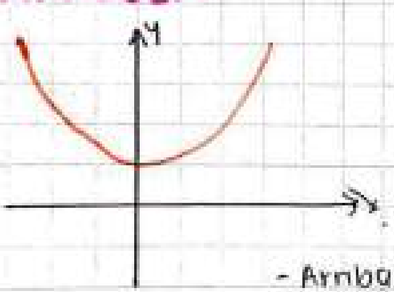


$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

(h, k) = origen.

- Derecha, izquierda
- Arriba, abajo.

PARÁBOLA



$$(x-h)^2 = 4p(y-k)$$

- Arriba
- Abajo
- Derecha
- Izquierda

5 · abril · 2018

FORMA VECTORIAL.

- **ELIPSE**

  $\langle h+a\cos t,\ k+b\,\text{sen}\,t\rangle$ Fuera del origen.

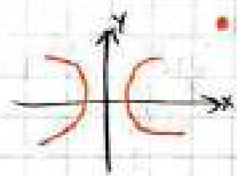
  - $r(t) = \langle a\cos t,\ b\,\text{sen}\,t\rangle$; $0 \leq t \leq 2\pi$

    $\boxed{\begin{array}{l}\text{Si } a=b \Rightarrow \text{CIRCUNFERENCIA.} \\ a,b \in \mathbb{R};\ a,b \neq 0.\end{array}}$

    $\langle a,b\rangle$ = radio

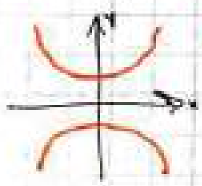
- **HIPÉRBOLA**

  Derecha e izquierda.

  - $r(t) = \langle a\sec t,\ b\tan t\rangle$, $0 \leq t \leq 2\pi$

    Fuera del origen = $\langle h+a\sec t,\ k+b\tan t\rangle$

  - $r(t) = \langle a\tan t,\ b\sec t\rangle$ → Arriba y abajo.

    Fuera del origen = $\langle h+a\tan t,\ k+b\sec t\rangle$

- **PARÁBOLA**

  Verticales.

  - $r(t) = \langle t, t^2\rangle$; $t \in \mathbb{R}$

    Fuera del origen = $\langle (t-h), (t-k)^2\rangle$

  - $r(t) = \langle t^2, t\rangle$; $t \in \mathbb{R}$.

    Fuera del origen = $\langle (t-h)^2, (t-k)\rangle$

10 abril 2018.

CURVAS

Representación.

Forma Rectangular $\longleftarrow$ Forma Paramétrica.

Método de Eliminación del Parámetro.

EJERCICIOS

A través del método de eliminación del parámetro, represente la gráfica por medio de su representación en la forma rectángular.

a) $x = t^2 - 4$
$y = t/2$.

$$\boxed{\vec{r}(t) = \langle t^2 - 4,\ t/2 \rangle}$$

Parábola en FORMA PARAMÉTRICA.

- Despejando t de $y = t/2$

$t = 2y$.

- Sustituyendo en $x = t^2 - 4$

$x = (2y)^2 - 4$
$x = 4y^2 - 4$

$$\therefore \boxed{x = 4y^2 - 4}$$

Parábola en FORMA RECTANGULAR

b) $x = 3\cos\theta \qquad \theta \in [0, 2\pi]$
$y = 4\,\text{sen}\,\theta$

$$\boxed{\vec{r}(\theta) = \langle 3\cos\theta,\ 4\,\text{sen}\,\theta \rangle}$$

Elipse en FORMA PARAMÉTRICA

- Ocuparemos identidad

$\text{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$

- Despejando $x = 3\cos\theta$

$\cos\theta = \dfrac{x}{3} \longrightarrow \cos^2 x = \dfrac{x^2}{3^2}$

- Despejando $y = 4\,\text{sen}\,\theta$

$\text{sen}\,\theta = \dfrac{y}{4} \longrightarrow \text{sen}^2\theta = \dfrac{y^2}{4^2}$

$$\boxed{\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1}$$

Elipse en FORMA RECTANGULAR.

10-abril-2018.

c) $x = 4t^2 - 8t$
$y = 1 - t$.

$$\boxed{\underset{\rightarrow}{r}(t) = \langle 4t^2 - 8t,\ 1 - t \rangle}$$

Parábola en FORMA PARAMÉTRICA.

· Despejando t de $y = 1 - t$

$t = 1 - y$

· Sustituyendo en x: $4t^2 - 8t$

$$x = 4(1-y)^2 - 8(1-y)$$
$$= 4(y^2 - 2y + 1) - 8 + 8y$$
$$= 4y^2 \cancel{- 8y} + 4 - 8 \cancel{+ 8y}$$
$$= 4y^2 - 4.$$

$$\boxed{x = 4y^2 - 4}$$

Parábola en FORMA RECTANGULAR.

d) $x = 3\sec\theta$
$y = 4\,tg\,\theta$.

• Ocuparemos identidad.

$$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$$

• Despejando $y = 4\tan\theta$

$$\tan\theta = \frac{y}{4} \rightarrow \tan^2\theta = \frac{y^2}{4^2}$$

• Despejando $x = 3\sec\theta$.

$$\sec\theta = \frac{x}{3} \rightarrow \sec^2\theta = \frac{x^2}{3^2}.$$

• Sustituyendo. $\rightarrow 1 = \frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{4^2}$

$$\boxed{\frac{y^2}{4^2} + 1 = \frac{x^2}{3^2}}$$

Hipérbola en FORMA RECTANGULAR.

$$\boxed{\underset{\rightarrow}{r}(\theta) = \langle 3\sec\theta,\ 4\tan\theta \rangle}$$

Hipérbola en FORMA PARAMÉTRICA.

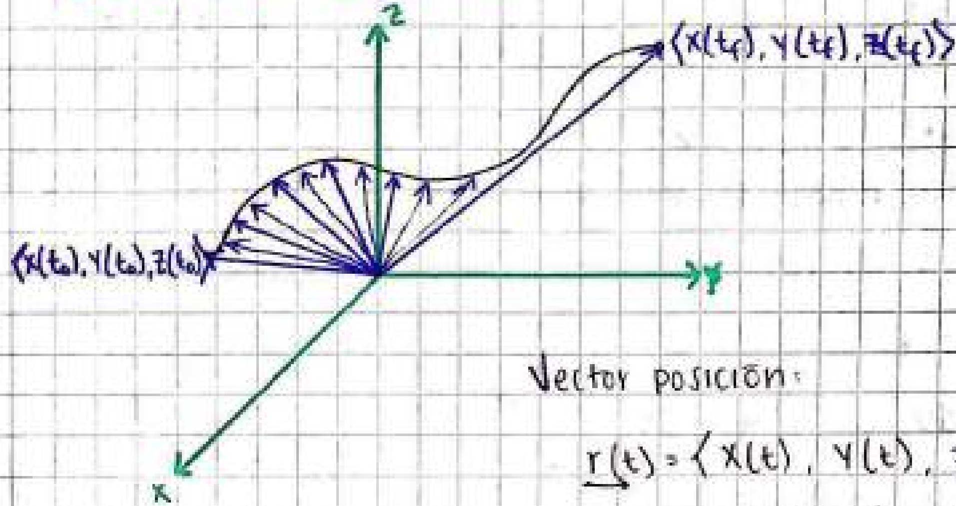
Norma

GRAFICADORES:

- Mathemática.
- Winplot
- Matlab.
- Maple
- Geogebra.
- Oktave.
- Python.

10-abril 2018.

CURVAS EN $\mathbb{R}^3$



Vector posición:

$$\underline{r}(t) = \langle x(t), y(t), z(t)\rangle$$

$$t \in [t_0, t_f]$$

Ejemplos:

- $\underline{r}(t) = \langle r\cos t,\ r\,\text{sen}\,t,\ t\rangle \longrightarrow$ HÉLICE