12 · abril · 2018

EJERCICIOS: Clasifique y dibuje la(s) superficie(s) dada(s) por:

1. Se escribe la ecuación cuadrática en su forma canónica.

2. Obtenga trazas ⇒ grafique.

a) $4x^2 - 3y^2 + 12z^2 + 12$

$4x^2 - 3y^2 + 12z^2 = -12$ → Se divide entre −12 para hacer el término independiente = 1

$-\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{1} = 1$ → Dos signos negativos y uno positivo.

→ Signo positivo manda.

∴ HIPERBOLOIDE DE DOS MANTOS que abre en Y.

b) $x - y^2 - 4z^2 = 0$

$x = y^2 + 4z^2$ → Se despeja término lineal.

$x = y^2 + \frac{\frac{1}{1}}{\frac{1^2}{2^2}} z^2$ → El 4 se descompone como $\frac{1}{\frac{1}{4}}$

x = término lineal.

y, z = términos cuadráticos, ambos signo positivo.

∴ PARABOLOIDE que abre en X

12 abril 2018.

Fuera del origen porque NO hay XY, XZ, YZ

c) $x^2 + 2y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z + 3 = 0$.

① Se agrupa por variables:

$$x^2 - 4x \qquad 2y^2 + 4y \qquad z^2 - 2z \qquad + 3 = 0$$

② Se completan los cuadrados:

$$(x^2 - 2x(2) + 2^2) + 2[y^2 + 2y(1) + 1^2] + (z^2 - 2z(1) + 1^2) - (2^2) - (2) - (1^2) + 3 = 0$$

③ Llegamos a: (Factorizando)

$$1(x-2)^2 + 2(y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$$

④ Se divide entre 4 para obtener el 1 como término independiente.

$$\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{2(y+1)^2}{2 \cdot 2} + \frac{(z-1)^2}{4} = 1$$

$a = 4 \qquad b = 2 \qquad c = 4$ → son diferentes, ∴ No es una esfera

∴ ELIPSOIDE

Norma

2º Examen Parcial → jueves 26 de abril, 2018. (Apuntes 13 marzo 2018)

$$\boxed{\operatorname{senh} x = \frac{e^{x} - e^{-x}}{2}}$$

12-abril-2018.

SUPERFICIES DE REVOLUCIÓN

Def → Si una curva plana (CURVA GENERATRIZ) se gira alrededor de una recta fija (eje de la superficie de revolución) que está en el mismo plano de la curva, entonces la superficie así generada se denomina SUPERFICIE DE REVOLUCIÓN.

1. Girada sobre eje x: $[r(x)]^2 = y^2 + z^2$
2. Girada sobre eje y: $[r(y)]^2 = x^2 + z^2$
3. Girada sobre eje z: $[r(z)]^2 = x^2 + y^2$

NOTA → Cuando la generatriz es una cónica, en general se obtiene una superficie cuadrática:
- hiperboloide
- paraboloide
- cono, etc.

→ Obtenga la superficie de revolución obtenida al rotar, sobre el eje x, la curva $\boxed{z = \cosh x = \frac{e^{x} + e^{-x}}{2}}$

CURVA GENERATRIZ

$z = r(x)$

$$\therefore \; y^2 + z^2 = [r(x)]^2$$

$$\boxed{y^2 + z^2 = [\cosh x]^2}$$

CATENOIDE

17 abril 2018.

Ejercicios: Encuentre la ecuación de las superficies de revolución

a) Al rotar la recta $x-3y=0$, alrededor del eje x.

b) curva $xy=2$, Plano xy, girar alrededor de: eje x.

a) $x-3y=0 \longrightarrow [r(x)]^2 = y^2+z^2$

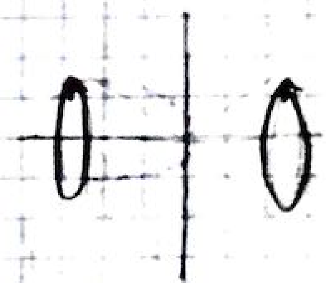
$-3y=-x$

$y=\frac{x}{3}$

se despeja en función del eje que nos interesa

$$\left[\frac{x}{3}\right]^2 = y^2+z^2$$

$$\frac{x^2}{9} = y^2+z^2$$

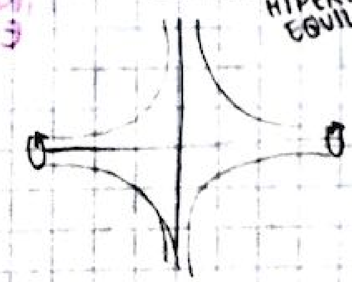


$$-\frac{x^2}{9}+y^2+z^2=0 \rightarrow$$ CONO. abre en eje x

b) $xy=2 \longrightarrow [r(x)]^2 = y^2+z^2$

$\boxed{y=\frac{2}{x}}$

HIPERBOLA EQUILATERA



$$\left[\frac{2}{x}\right]^2 = y^2+z^2$$

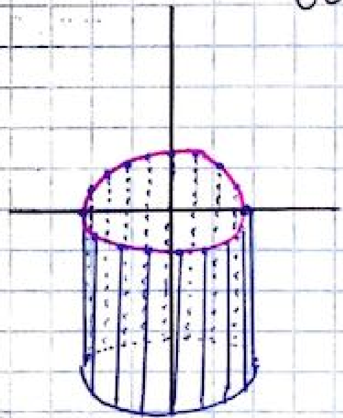
$$\frac{4}{x^2} = y^2+z^2$$

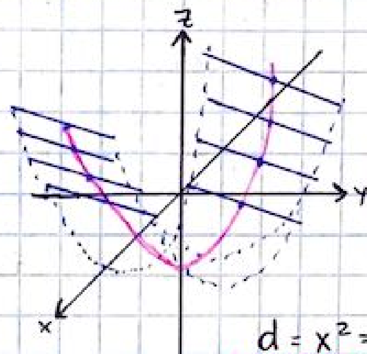
$$-\frac{4}{x^2}+y^2+z^2=0 \rightarrow$$ NO PERTENECE A SUPERFICIES CANÓNICAS

17-abril-2018.

CILINDROS

↳ Superficie formada por rectas paralelas, cada una de las cuales, contiene un punto de una curva plana llamada DIRECTRIZ del cilindro. Cada una de las rectas paralelas es una GENERATRIZ del cilindro.





$d = x^2 = 4z$
CILINDRO PARABÓLICO

$d = \frac{z^2}{4} - x^2 = 1$
CILINDRO HIPERBÓLICO

$d = \operatorname{sen} x = z$
CILINDRO SINOSOIDAL

"LÁMINAS"

$\frac{x^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$
CILINDRO ELÍPTICO

- 2 variables ⇒ 3D ⇒ CILINDRO